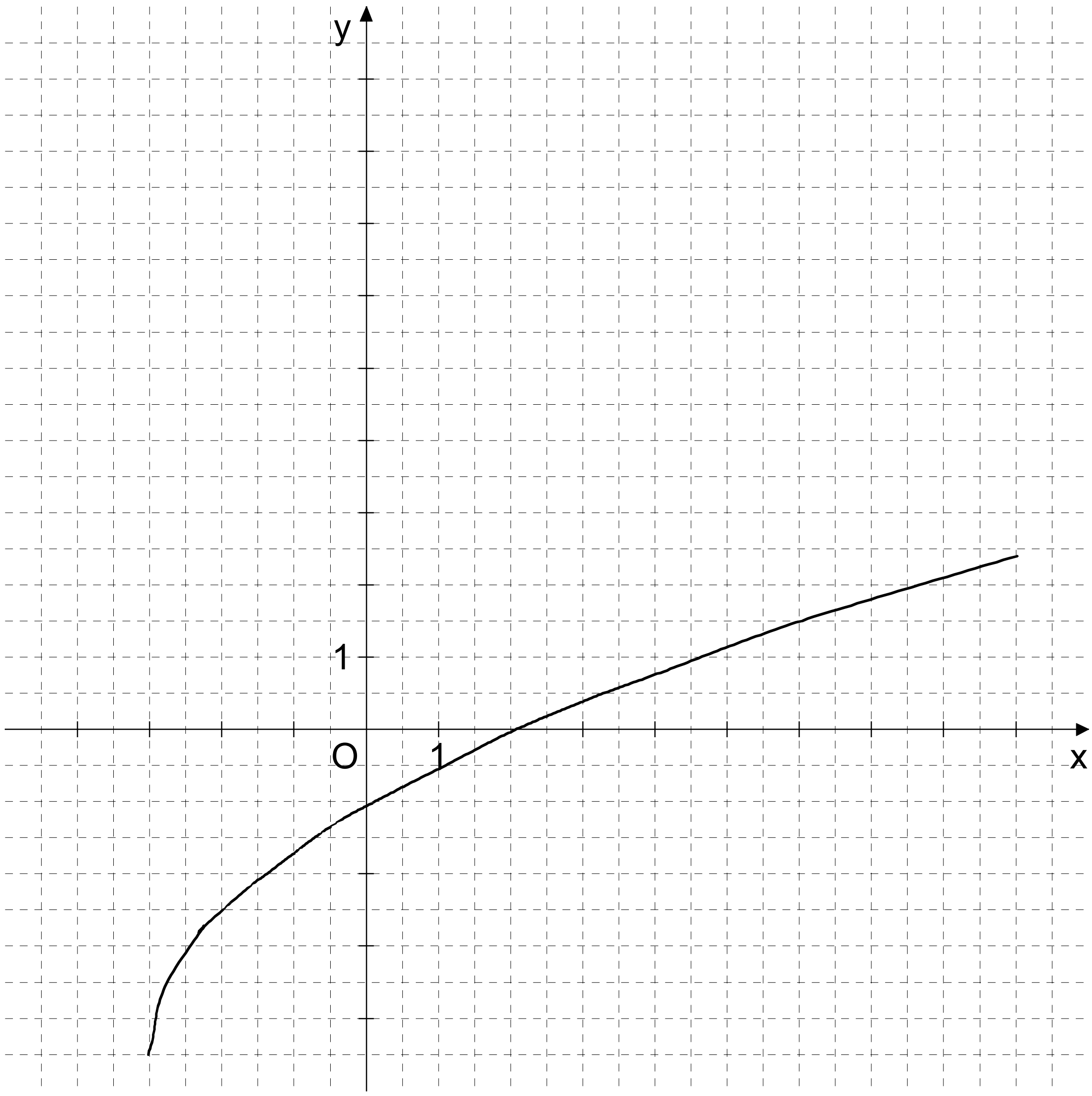
Abschlussprüfung 200X		
Wahlteil	**Mathematik I**	**Aufgabe A 1**
Name:________________	Vorname:________________	
Klasse:________	Platzziffer:__________	Punkte:__________/

A 1.0 Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $y = 2 \cdot (x+3)^{0,5} - 4,5$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).

A 1.1 Begründen Sie, warum man bei der Funktion f für $x < -3$ keine Funktionswerte erhält und warum für alle Funktionswerte y dieser Funktion gilt: $y \geqq -4,5$.

A 1.2 Im untenstehenden Koordinatensystem ist der Graph zu f für $-3 \leqq x \leqq 9$ gezeichnet. Er wird nun durch Achsenspiegelung an der Geraden mit der Gleichung $y = x$ auf den Graphen zu f' abgebildet.
Zeichnen Sie den Graphen zu f' in das Koordinatensystem ein.
Bestimmen Sie die nach y aufgelöste Funktionsgleichung von f' und geben Sie die zugehörige Definitionsmenge sowie die Wertemenge an.



bitte wenden

A 1.3 Zu jedem Punkt A_n auf dem Graphen zu f existiert ein Bildpunkt A_n' auf dem Graphen zu f'. Die Punkte A_n, A_n' und $C(5|5)$ bilden jeweils Dreiecke A_nCA_n'.
Zeichnen Sie ein mögliches Dreieck A_1CA_1' in das Koordinatensystem ein.
Entnehmen Sie der Zeichnung das größtmögliche Intervall für die x-Werte der Punkte A_n.

A 1.4 Zusammen mit dem Punkt $P(-4|-4)$ ergeben sich Drachenvierecke PA_nCA_n', unter denen es eine Raute PA_0CA_0' gibt.
Zeichnen Sie diese Raute in das Koordinatensystem ein und berechnen Sie die Koordinaten des Punktes A_0.

A 1.5 Der Flächeninhalt der Drachenvierecke PA_nCA_n' hängt nur von dem x-Wert der Punkte A_n ab.
Welches der drei untenstehenden Diagramme beschreibt diesen Zusammenhang? Begründen Sie Ihre Antwort.

Diagramm a

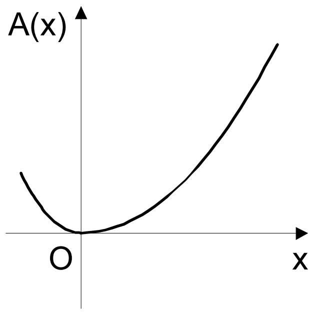


Diagramm b

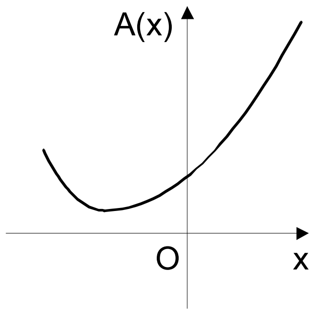
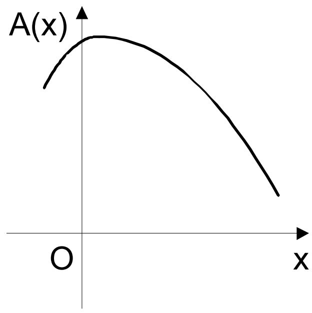


Diagramm c



Abschlussprüfung 200X

Wahlteil **Mathematik I** **Aufgabe B 2**

Name:________________________________ Vorname:________________________________

Klasse:_________ Platzziffer:_______________ Punkte:_______________/

B 2.0 Der Punkt $A(0|0)$ ist gemeinsamer Eckpunkt von Quadraten $AB_nC_nD_n$ mit den Diagonalen $[AC_n]$, wobei die Eckpunkte C_n auf der Geraden g mit der Gleichung $y = 1{,}5x + 6$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ liegen.

B 2.1 Zeichnen Sie die Gerade g und die Quadrate $AB_1C_1D_1$ mit $C_1(-3|y_1)$ und $AB_2C_2D_2$ mit $C_2(1|y_2)$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-6 \leqq x \leqq 6$; $-2 \leqq y \leqq 10$

B 2.2 Die Punkte $C_n(x|1{,}5x+6)$ können auf die Punkte B_n abgebildet werden.
Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten der Punkte B_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte C_n.
[Teilergebnis: $B_n(1{,}25x+3|0{,}25x+3)$]

B 2.3 Berechnen Sie die Gleichung des Trägergraphen h der Punkte B_n.

B 2.4 Unter allen Quadraten $AB_nC_nD_n$ gibt es das Quadrat $AB_3C_3D_3$ dessen Diagonale $[B_3D_3]$ parallel zur Geraden g liegt.
Berechnen Sie die Länge der Diagonalen $[B_3D_3]$.

B 2.5 Untersuchen Sie, ob es unter den Quadraten $AB_nC_nD_n$ ein Quadrat mit dem Flächeninhalt von 5 FE gibt.

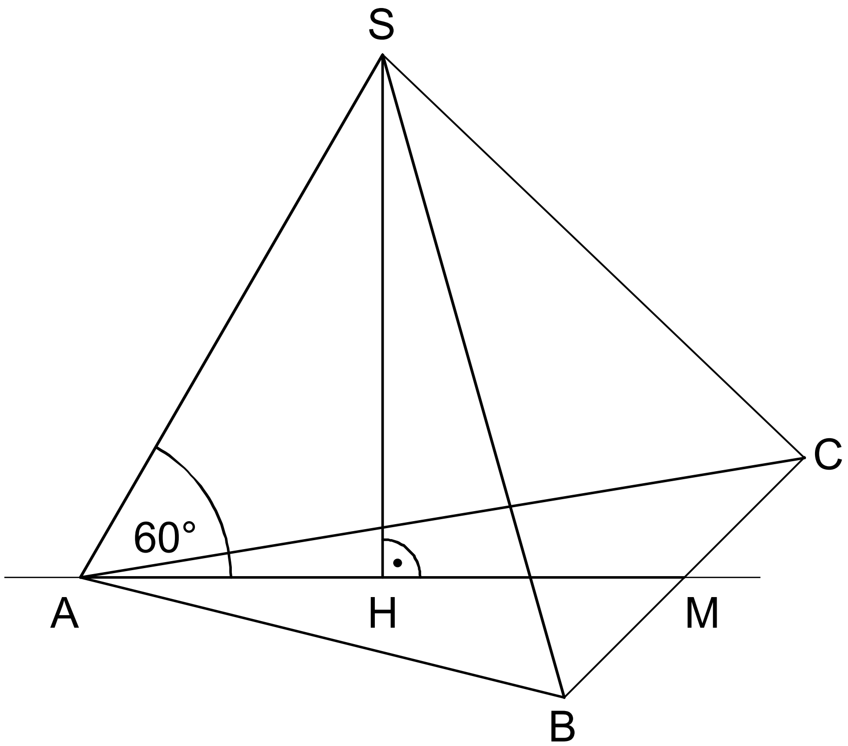
Abschlussprüfung 200X

Wahlteil **Mathematik I** **Aufgabe C 3**

Name:________________________________ Vorname:________________________________

Klasse:_________ Platzziffer:_______________ Punkte:_______________/

C 3.0 Das gleichschenklige Dreieck ABC mit der Basislänge $\overline{BC} = 9\text{ cm}$ und der Höhe $\overline{AM} = 8\text{ cm}$ ist die Grundfläche der Pyramide ABCS, wobei die Spitze S senkrecht über dem Mittelpunkt H der Dreieckshöhe [AM] liegt.
In der Zeichnung ist AM die Schrägbildachse.



C 3.1 Der Punkt T liegt auf der Strecke [MS] mit $\overline{MT} = 3\text{ cm}$. Auf den Strecken [MA] und [AS] wandern von M über A nach S Punkte F_n. Dabei entstehen Strecken [F_nT], deren Längen $\overline{F_nT}$ vom Maß ε der Winkel F_nTM mit $\varepsilon \in [0°; 180°]$ abhängen.
Tragen Sie die Strecke [F_0T] mit $F_0 = A$ in die Zeichnung ein und berechnen Sie anschließend die Länge der Strecke [F_0T] und das zugehörige Winkelmaß ε auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

C 3.2 Für die Punkte $F_n \in [MA]$ und $F_n \in [AS]$ gibt es jeweils eine kürzeste Strecke $\overline{F_1T}$ bzw. $\overline{F_2T}$.
Begründen Sie zunächst, dass das Dreieck AMS gleichseitig ist und berechnen Sie anschließend $\overline{F_1T}$ bzw. $\overline{F_2T}$ und ihre zugehörigen Winkelmaße ε auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

bitte wenden

C 3.3 Die Streckenlängen $\overline{F_nT}$ lassen sich in Abhängigkeit vom Winkelmaß ε für $\varepsilon \in [0°; 180°]$ graphisch darstellen.
Skizzieren Sie einen möglichen Verlauf des dadurch entstehenden Graphen.

C 3.4 Eine Parallele zu [BC] durch den Punkt T schneidet die Kante [BS] im Punkt D und die Kante [CS] im Punkt E. Dadurch entstehen Dreiecke DF_nE.
Zeichnen Sie das Dreieck DF_3E für ε = 15° in die vorgegebene Pyramide ein und zeigen Sie anschließend durch Rechnung, dass sich der Flächeninhalt A der Dreiecke DF_nE in Abhängigkeit von ε für $F_n \in [MA]$ wie folgt darstellen lässt:

$$A(\varepsilon) = \frac{135 \cdot \sqrt{3}}{32 \cdot \sin(60° + \varepsilon)} \text{cm}^2$$

[Teilergebnis: $\overline{DE} = \frac{45}{8}$ cm]

C 3.5 Unter allen Dreiecken DF_nE mit $F_n \in [MA]$ gibt es ein gleichseitiges Dreieck. Ermitteln Sie das dazugehörige Winkelmaß ε durch Rechnung auf zwei Stellen genau.

Abschlussprüfung 200X

an den Realschulen in Bayern

Wahlteil **Mathematik I** **Aufgabe A 1**

Lösungsmuster und Bewertung

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

A 1.1 $(x+3)^{0,5}$ ist nur definiert für $(x+3) \geqq 0$ bzw. $x \geqq -3$

$2(x+3)^{0,5}$ ist stets größer oder gleich 0, d. h. $2(x+3)^{0,5} - 4,5$ muss stets größer oder gleich – 4,5 sein

---

A 1.2 Siehe Seite 2

A 1.3 Einzeichnen des Dreiecks A_1CA_1'

$x \in [-3; 7,9[$

A 1.4 Einzeichnen der Raute PA_0CA_0'

$g \perp PC$	$PC: \quad y = x$	$\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$
$M_{[PC]}(0,5 \mid 0,5)$	$g: \quad y = -1 \cdot (x - 0,5) + 0,5$	$\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$
	$g: \quad y = -x + 1$	
$g \cap f = \{A_0\}:$	$-x + 1 = 2(x+3)^{0,5} - 4,5$	$\{x \mid x \geqq -4,5\}; \quad x \in \mathbb{R}$
	$\mathbb{L} = \{(1,34 \mid -0,34)\}$	$A_0(1,34 \mid -0,34)$

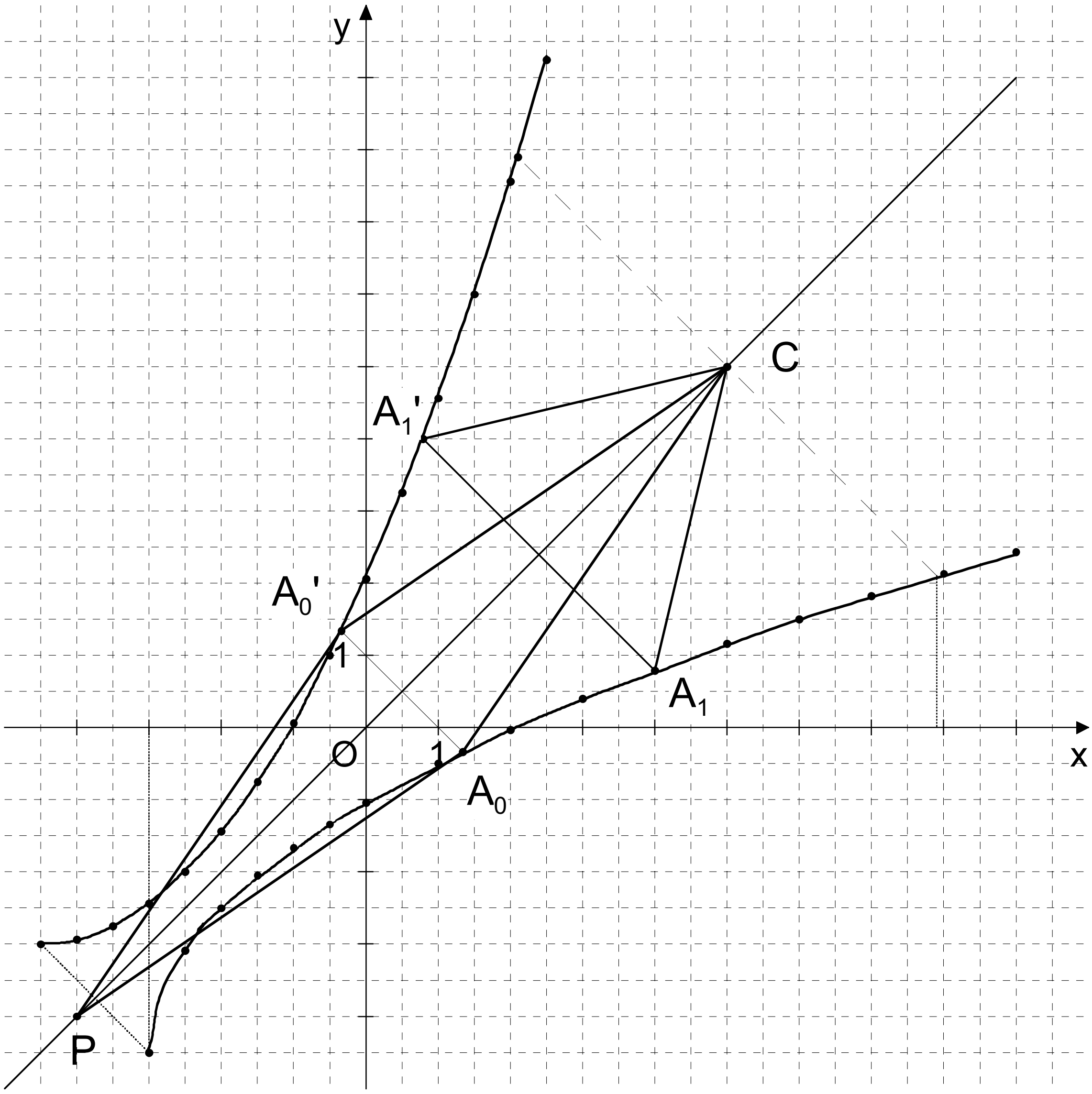
A 1.5 Lösung: Diagramm b

Begründung entsprechend dem Unterricht, z. B.:

Der Flächeninhalt aller Drachenvierecke berechnet sich mit $A = \frac{1}{2} \cdot \overline{PC} \cdot \overline{AA'}$.

Da [PC] eine konstante Länge besitzt, hängt der Flächeninhalt nur von der Länge der Strecke $[AA']$ ab, deren Länge stets positiv ist. Der Flächeninhalt wird minimal, wenn $\overline{AA'}$ auch minimal ist.

A 1.2



Einzeichnen des Graphen zu f '

$$f': x = 2(y+3)^{0,5} - 4,5 \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \quad (0,5(x+4,5))^2 = y+3$$

$$\Leftrightarrow \quad y = 0,25(x+4,5)^2 - 3$$

$\mathbb{D} = \{x \mid x \geqq -4,5\} \qquad \mathbb{W} = \{y \mid y \geqq -3\}$

Abschlussprüfung 200X

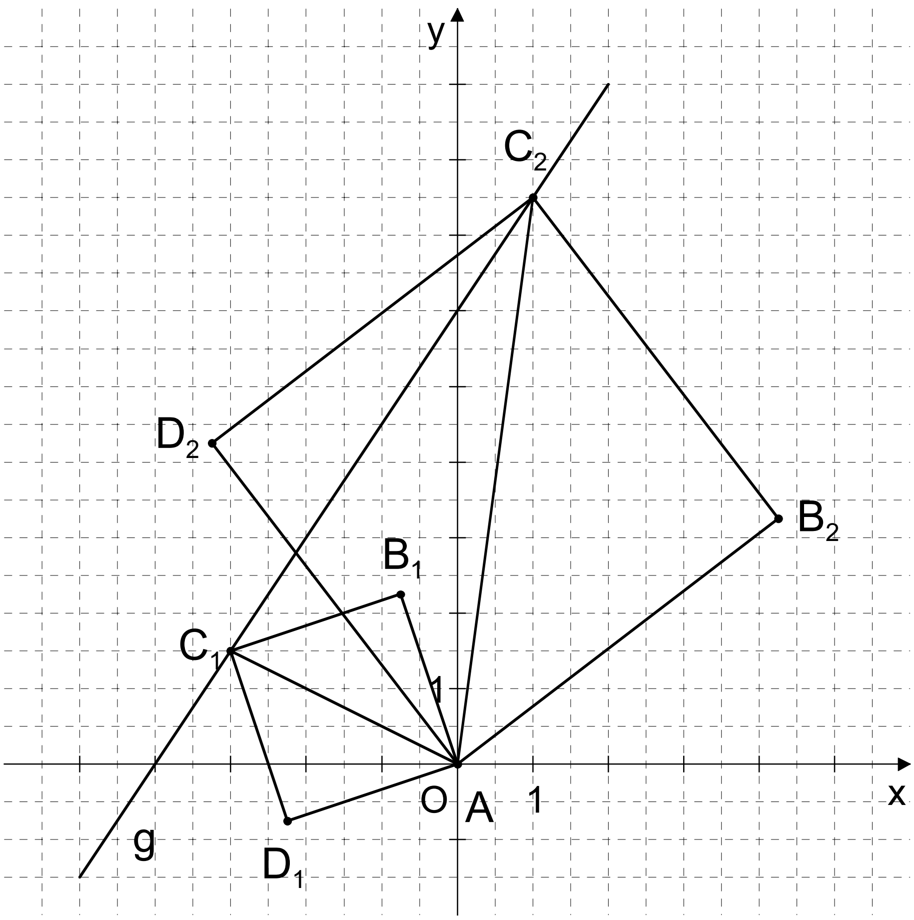
an den Realschulen in Bayern

Wahlteil **Mathematik I** **Aufgabe B 2**

Lösungsmuster und Bewertung

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

B 2.1



B 2.2 $C_n \xrightarrow{A(0|0);\ \alpha=-45°} C_n^* \xrightarrow{A(0|0);\ k=\frac{1}{2}\sqrt{2}} B_n$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot \left[\begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} \\ -\frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x \\ 1,5x+6 \end{pmatrix} \right] \quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R};\ x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \quad \left| \begin{array}{l} x' = 1,25x + 3 \\ \wedge \quad y' = 0,25x + 3 \end{array} \right. \qquad B_n(1,25x+3 \mid 0,25x+3)$$

B 2.3 $\left| \begin{array}{l} x' = 1{,}25x + 3 \\ \wedge \; y' = 0{,}25x + 3 \end{array} \right.$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R};\ x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \quad y' = 0{,}2x' + 2{,}4$

Trägergraph h: $y = 0{,}2x + 2{,}4$

B 2.4 $AC_3 \perp g: \quad \dfrac{1{,}5x + 6}{x} = -\dfrac{2}{3}$ $x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \quad x = -2{,}77$ $\mathbb{L} = \{-2{,}77\}$

$\overline{B_3D_3} = \overline{AC_3}$

$\overline{B_3D_3} = \sqrt{(-2{,}77)^2 + (1{,}5 \cdot (-2{,}77) + 6)^2}$ LE

$\overline{B_3D_3} = 3{,}33$ LE

B 2.5 $A = \dfrac{1}{2} \cdot \overline{AC_n}^2$

$A(x) = \dfrac{1}{2} \cdot \sqrt{x^2 + (1{,}5x + 6)^2}^2$ FE $x \in \mathbb{R}$

$A(x) = \dfrac{1}{2} \cdot (3{,}25x^2 + 18x + 36)$ FE

$5 = 0{,}5 \cdot (3{,}25x^2 + 18x + 36)$ $x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \quad 3{,}25x^2 + 18x + 26 = 0$

$D = 18^2 - 4 \cdot 3{,}25 \cdot 26$ $D = -14$ $D < 0$

Es gibt kein Quadrat mit dem Flächeninhalt von 5 FE.

Abschlussprüfung 200X

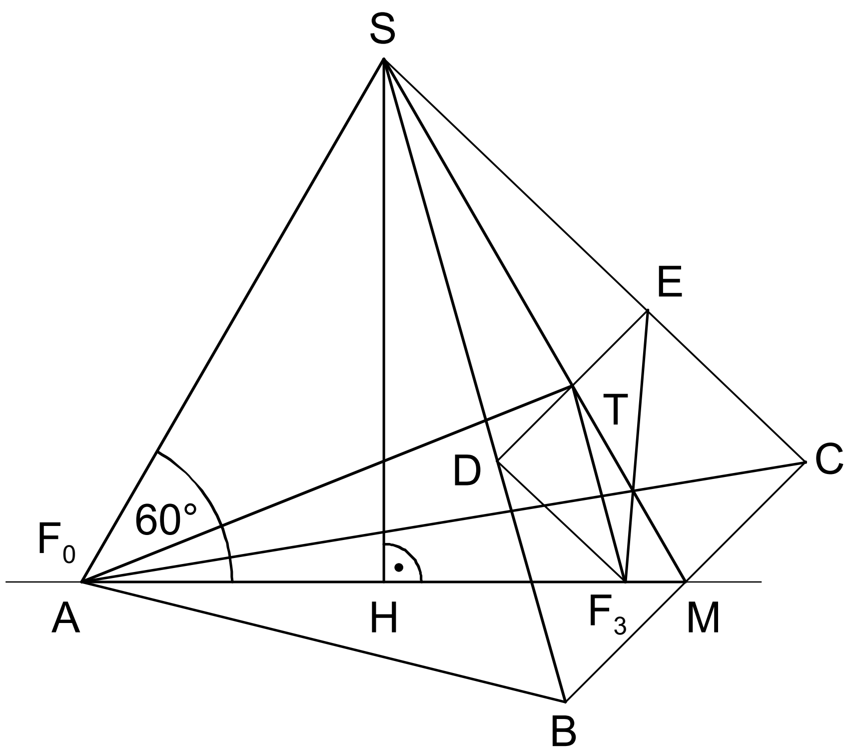
an den Realschulen in Bayern

Wahlteil **Mathematik I** **Aufgabe C 3**

Lösungsmuster und Bewertung

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

C 3.1



Einzeichnen der Strecke $[F_0T]$

$\overline{F_0T} = \sqrt{3^2 + 8^2 - 2 \cdot 3 \cdot 8 \cdot \cos 60°}$ cm $\qquad \overline{F_0T} = 7$ cm

$\cos \varepsilon = \dfrac{7^2 + 3^2 - 8^2}{2 \cdot 7 \cdot 3} \qquad \varepsilon = 98{,}21° \qquad \mathbb{L} = \{98{,}21°\}$

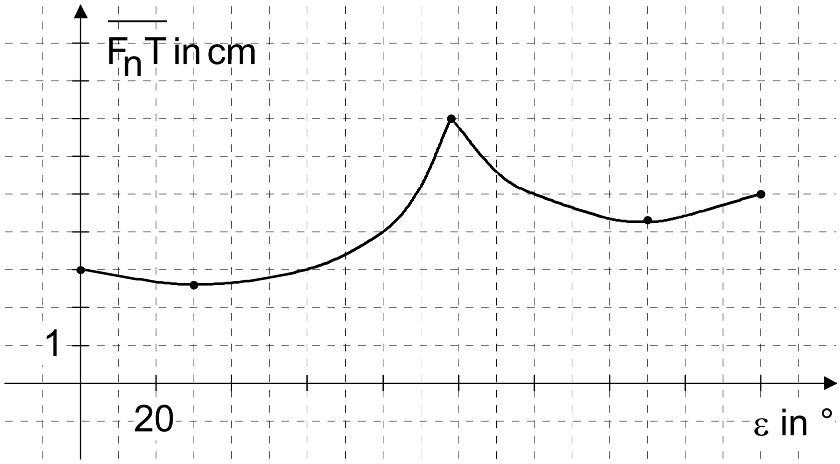
C 3.2 ΔAMS ist gleichschenklig wegen $\overline{AH} = \overline{HM}$ und gleichseitig wegen $\sphericalangle MAS = \sphericalangle SMA$

$[F_1T] \perp [AM]$: $\qquad \sin 60° = \dfrac{\overline{F_1T}}{3\text{ cm}} \qquad \overline{F_1T} = 2{,}60$ cm $\qquad \varepsilon = 30°$

$[F_2T] \perp [AS]$: $\qquad \sin 60° = \dfrac{\overline{F_2T}}{5\text{ cm}} \qquad \overline{F_2T} = 4{,}33$ cm $\qquad \varepsilon = 150°$

C 3.3 Stützpunkte für den Graphen:

ε in °	0	30	98,21	150	180
$\overline{F_nT}$ in cm	3	2,6	7	4,33	5



C 3.4 Einzeichnen des Dreiecks DF_3E

$$A = \frac{1}{2} \cdot \overline{DE} \cdot \overline{F_nT} \qquad \varepsilon \in [0°; 98{,}21°]$$

$$\frac{\overline{DE}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{ST}}{\overline{SM}} \qquad \overline{DE} = \frac{9\text{ cm} \cdot 5\text{ cm}}{8\text{ cm}} \qquad \overline{DE} = \frac{45}{8}\text{ cm}$$

$$\frac{\overline{F_nT}}{\sin 60°} = \frac{3\text{ cm}}{\sin(180° - (\varepsilon + 60°))} \qquad \overline{F_nT}(\varepsilon) = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot \sin(60° + \varepsilon)}\text{ cm}$$

$$A(\varepsilon) = \frac{1 \cdot 45 \cdot 3 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot 8 \cdot 2 \cdot \sin(60° + \varepsilon)}\text{ cm}^2 \qquad A(\varepsilon) = \frac{135 \cdot \sqrt{3}}{32 \cdot \sin\left(60° + \varepsilon\right)}\text{ cm}^2$$

C 3.5 $\overline{F_4T} = \frac{1}{2} \cdot \overline{DE} \cdot \sqrt{3}$

$$\frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot \sin(60° + \varepsilon)} = \frac{45 \cdot \sqrt{3}}{8 \cdot 2} \qquad \varepsilon \in [0°; 98{,}21°]$$

$$\Leftrightarrow \quad \sin(60° + \varepsilon) = \frac{8}{15}$$

$$\Leftrightarrow \quad (60° + \varepsilon = 32{,}23°) \ \vee \ 60° + \varepsilon = 147{,}77° \qquad \mathbb{L} = \{87{,}77°\}$$