Übungen zur Abschlussprüfung (15)
Raumgeometrie, Trigonometrie

Die Pyramide ABCD besitzt das Gleichschenklige Dreieck ABC mit der Basis [BC] als Grundfläche. E ist der Mittelpunkt der Seite [BC] ($\overline{BC}$ = 12 cm) und gleichzeitig Fußpunkt der 12 cm langen Pyramidenhöhe [ED]. Auf der Strecke [AE] liegt 5 cm von A entfernt der Punkt F. F ist Mittelpunkt einer Strecke [PQ], wobei P $\in$ [AB], Q $\in$ [AC] und [PQ] $\parallel$ [BC]. Der Punkt S liegt 3 cm über E auf [ES] und R gleitet auf [AD].

1. Zeichne ein Schrägbild der Pyramide ABCD und berechne den Winkel $\varepsilon = \measuredangle EAD$ sowie die Streckenlänge $\overline{AD}$. Für das Schrägbild: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 60°$

2. Die Pyramiden mit der Grundfläche RPQ und der Spitze S sind der Pyramide ABCD einbeschrieben. Der Winkel $\measuredangle RFA$ heißt φ. Trage die neue Pyraide R_1PQS für $\varphi = 60°$ in die Zeichnung ein. Der Höhenfußpunkt der Höhe h_1 in der Grundfläche R_1PQ ist U_1. Berechne das Intervall in dem sich die Werte von φ bewegen können.

3. Berechne die Streckenlänge $\overline{RF}$ allgemein in Abhängigkeit von φ. Liegt für die kürzeste Strecke [RF] der Höhenfußpunkt U der Pyramiden RPQS innerhalb der Grundfläche RPQ?

4. Schränke den Definitionsbereich von φ nun so ein, dass der Höhenfußpunkt der Pyramiden RPQS stets innerhalb der Grundfläche RPQ liegt.

4. Berechne die Grundfläche RPQ der geraden Pyramiden RPQS in Abhängigkeit von φ.

5. Zeige, dass man die Länge der Pyramidenhöhe $\overline{US}$ in Abhängigkeit von φ schreiben kann als: $\overline{US} = 5\cos(\varphi - 53{,}13°)$ und berechne das Volumen der Pyramiden RPQS in Abhängigkeit von φ.

6. Stelle das Volumen der Pyramiden RPQS in Abhängigkeit von φ grafisch dar und ermittle aus dem Graphen den Winkel φ, für den man das Volumen 28 cm³ erhält.